

Corso di Politica Economica

Teoria delle Votazioni

David Bartolini

Università Politecnica delle Marche
(Sede di S.Benedetto del Tronto)



Votazioni: funzione di scelta sociale

il metodo a votazione è la modalità con la quale, nella pratica, vengono aggregate le preferenze individuali

- ① diverse procedure corrispondono a diversi giudizi di valore
- ② vi è corrispondenza tra le procedure di voto ed i criteri logici adottati per derivare le funzioni di benessere sociale (SWF)
- ③ differenza tra
 - funzione di scelta sociale: seleziona una alternativa
 - funzione di benessere sociale: determina un ordinamento sociale delle preferenze

molti sono gli argomenti relativi alle votazioni:

- ① scelta di chi debba partecipare
- ② quanto conta il voto di ogni individuo
- ③ procedure di votazione
 - quali proposte sono sottoposte a voto (chi può farlo)?
 - modalità della votazione: binaria, multipla
 - ordine della votazione: sequenziale, simultanea
- ④ modalità per individuare l'alternativa vincente: unanimità, maggioranza semplice, etc.

ci occuperemo dei sistemi di votazione mettendoli in relazione con gli assiomi del teorema di Arrow

Modalità di votazione BINARIA

Iniziamo con delle regole di votazione “binarie”, dove:

- due alternative sono sottoposte a votazione
- in caso di più alternative, esse sono poste in votazione in maniera sequenziale

questo è il metodo di solito adottato dai parlamenti per le decisioni politiche, in cui le alternative sono due:

- 1 la legge è bocciata (prevale lo status quo)
- 2 la legge è approvata

Regola di votazione: UNANIMITÀ

- soddisfa il criterio paretiano debole
- soddisfa tutti gli assiomi del teorema di Arrow, tranne ...

Genera un ordinamento sociale incompleto

se per $n - 1$ individui x è preferito a y , e per un individuo y è preferito a x , allora la regola non permette di ordinare le preferenze sociali tra queste due allocazioni.

NB.: come regola di decisione può anche andar bene, ma dobbiamo specificare lo *status quo*

Critiche:

- ① se la scelta è tra *status quo* e un'altra alternativa, la regola dell'unanimità favorisce lo *status quo* (potere di veto)
- ② non è stabile rispetto all'ordine delle votazioni
- ③ si presta a manipolazioni strategiche

Esempio: votazione binaria
con esclusione

alternative	Andrea	Bruna
<i>a</i>	6	5
<i>b</i>	11	6
<i>c</i>	7	9
<i>d</i>	9	12
<i>e</i>	14	8

- ordine alfabetico: vince l'alternativa *e*
- provate il seguente ordine:
a, c, e, b, d

Votazione a maggioranza

la votazione a maggioranza supera la critica 1, ma soffre delle altre due critiche: instabilità rispetto all'ordine delle votazioni, manipolabilità

Vari tipi di maggioranza:

- semplice
- assoluta
- qualificata (termine usato nel nostro sistema politico)

vediamo ora alcune proprietà della votazione a maggioranza

Teorema di May (1952)

la maggioranza semplice è l'unica regola di aggregazione delle preferenze che soddisfa le seguenti proprietà (assiomi): dominio universale, anonimità, neutralità, e risposta positiva alle preferenze individuali.

- ① dominio universale
- ② **anonimità**: ogni individuo è trattato in maniera **simmetrica** rispetto agli altri, cioè tutti contano allo stesso modo (questa proprietà è più forte della *non dittatorialità*, quindi anonimità implica non dittatorialità)
- ③ **neutralità**: ogni scelta è trattata in maniera **simmetrica** rispetto alle altre, ovvero la scelta tra x e y è fatta nella stessa maniera della scelta tra w and z
- ④ **risposta positiva alle preferenze individuali**:
 - dato $y \succ x$, se aumenta la preferenza di qualche individuo per x rispetto a y , $\Rightarrow y \succsim x$
 - dato $x \sim y$, se aumenta la preferenza di qualche individuo per x rispetto a y , $\Rightarrow x \succ y$
(es., la maggioranza dei 3/4 è meno *responsive* della maggioranza assoluta)

Marquis de Condorcet, 1743-1794

- successione di votazioni binarie
- regola di maggioranza (semplice)
- l'alternativa che “batte” tutte le altre è il vincitore di Condorcet
- **Esercizio:** trovare il vincitore di Condorcet (se esiste) nel caso illustrato dalla tabella a pagina 6



Paradosso di Condorcet

- pur in presenza di preferenze individuali complete e transitive, il voto a maggioranza può condurre a un ordinamento di preferenza sociale intransitivo.

Transitività implica che: se $x \succ y$ and $y \succ z \implies x \succ z$

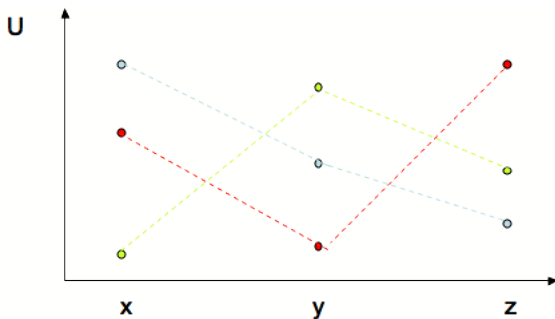
- ci possono essere maggioranze cicliche
- chi controlla l'agenda controlla il risultato
- **Esercizio:** costruire un esempio di maggioranze cicliche ed un esempio di maggioranze acicliche

	<i>Aldo</i>	<i>Bruna</i>	<i>Carla</i>
1 ^a scelta	x	y	z
2 ^a scelta	y	z	x
3 ^a scelta	z	x	y

quando (non) emerge il paradosso di Condorcet?

Duncan Black (1948) individua due condizioni **sufficienti** affinché la regola di votazione maggioritaria su proposte binarie esprima un ordinamento sociale transitivo

- 1 preferenze **unidimensionali**: si considera solo un aspetto di un progetto: per esempio, si vota solo sulla costruzione di un bene pubblico (piscina, asilo nido, strada) e non anche sul modo con cui finanziare la spesa.
- 2 tali preferenze abbiano un solo “picco” (**single-peaked**)
 - queste due condizioni implicano preferenze **unimodali**
 - stiamo violando uno degli assiomi di Arrow ... **quale?**



- sono preferenze unimodali?

Esercizio: mostrare con un esempio che se le opzioni sono puramente redistributive e gli individui sono egoisti le preferenze non possono essere unimodali

Teorema dell'elettore Mediano

- Duncan Black (1948)
- Antony Downs (1957)
- **Mediana**: concetto statistico
- nell'ambito delle preferenze unimodali
- possiamo ordinare gli individui sulla base delle loro preferenze (es. dagli individui che vogliono più spesa pubblica a quelli che ne vogliono meno)
- l'elettore mediano è colui per cui metà della popolazione desidera più spesa pubblica di lui, e metà della popolazione ne desidera meno

Il sistema di voto a maggioranza sceglierà le preferenze dell'elettore mediano

Esempi

Scelta della spesa da destinare agli asili nido

	600	800	1000	1200	1400
Lucia	5	4	3	2	1
Tommaso	4	5	4	3	2
Simone	3	4	5	3	2
Giovanni	2	3	4	5	4
Giuliana	1	2	3	4	5

Se si mettono in votazione queste alternative a coppie, la regola della maggioranza produce il livello di spesa **1000** come vincitore, cioè quello preferito dall'elettore mediano

Società composta da 20 individui, che hanno preferenze unimodali sulla durata della pausa all'interno di una lezione di due ore

gruppi	3	3	3	2	1	1	2	1	2	1	1
minuti	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- qual è il gruppo mediano?
- qual è quindi l'alternativa scelta?
- qual è il valore mediano delle alternative?

Competizione elettorale

Nel caso di elezioni politiche (indirette), competizione tra politici per essere eletti, se le preferenze sono unimodali i politici tenderanno a proporre piattaforme elettorali che convergono verso l'elettore mediano

Teorema di Gibbar-Satterthwaite

riguarda il voto strategico

teorema

qualsiasi decisione
democratica, con più di 2
alternative, crea incentivi
strategici (voto non sincero)

	Aldo	Bruna	Carlo
1 ^a scelta	x	y	z
2 ^a scelta	y	z	x
3 ^a scelta	z	x	y

il voto strategico può cambiare il risultato elettorale solo se l'opzione vincente senza voto strategico *non* è un vincitore di Condorcet

non è detto che il vincitore con voto strategico sia un vincitore di Condorcet

	Aldo	Bruna	Carlo
1 ^a scelta	x	y	z
2 ^a scelta	y	z	w
3 ^a scelta	z	w	y
4 ^a scelta	w	x	x

Esercizio: create un esempio in cui le preferenze sono **unimodali**, vi è un unico vincitore di Condorcet e **non** vi sono incentivi per il voto strategico

Intensità delle Preferenze

Regola di Borda

Considera un ordinamento delle preferenze, assegnando un valore **cardinale** alle preferenze (questo valore è assegnato dall'individuo stesso)

- vince l'alternativa con il punteggio più alto

Esempio:

Consideriamo le preferenze di tre agenti $\{A, B, C\}$ rispetto a 4 alternative $\{x, y, z, s\}$

- A: $x \succ_A y \succ_A z \succ_A s$
- B: $y \succ_B z \succ_B s \succ_B x$
- C: $z \succ_C s \succ_C x \succ_C y$

supponiamo che gli agenti abbiano associato alle loro preferenze i seguenti punteggi

Vince l'alternativa z

	x	y	z	s
A	4	3	2	1
B	1	4	3	2
C	2	1	4	3
Totale	7	8	9	6

Problemi:

- risente di comportamento strategico
- non soddisfa il requisito della indipendenza delle alternative irrilevanti:
per esempio se cambiamo le preferenze di A: $y \succ_A x \succ_A s \succ_A z$, il vincitore diviene y
ma pur non essendosi modificato l'ordine delle preferenze tra y e z ,
l'ordinamento sociale tra le due alternative è mutato

log-rolling (scambio di voti)

- Metodo indiretto per rivelare l'intensità delle preferenze
- come nello scambio di beni il prezzo rivela l'intensità delle preferenze, si utilizza la **compravendita** di voti

Esempio 3 individui debbono scegliere tra le seguenti alternative: produrre un bene x che beneficia B; il progetto costa 600Euro (ciascuno contribuisce in parti uguali) i benefici sono pari a 700Euro

	x	non x
A	-200	0
B	500	0
C	-200	0
Totale	+100	0

Problemi

- esternalità negativa nelle persone non coinvolte nello scambio
- può generare cicli