

Corso di Politica Economica  
Esercitazione: Welfare Economics and Pareto Principle

David Bartolini

12 Aprile 2011

1. Date le funzioni di utilità  $U = (x)^2$  e  $\bar{U} = 2\ln(x)$ ; considerate tre allocazioni  $x' = 1$ ,  $x'' = 2$  e  $x''' = 3$ .
  - (a) calcolate la variazione nel livello di utilità delle diverse allocazioni, per ciascuna delle funzioni di utilità
  - (b) considerate ora la funzione  $\hat{U} = 3x^2 + 10$ , calcolate la variazione nel livello di utilità tra  $x''$  e  $x'$  e la variazione tra  $x'''$  e  $x''$ . Comparete questo risultato con i risultati ottenuti al punto precedente.
2. Dati due insiemi di beni  $a$  e  $b$ , indichiamo con  $U(a) = a$  e  $U(b) = b$  l'utilità che se ne ricava. Definiamo la differenza nell'utilità come  $\Delta = U(a) - U(b) = a - b$  e supponiamo che  $(a - b) > 0$ . Dimostrate che
  - (a) una trasformazione monotona crescente della funzione  $U$  non cambia il segno di  $\Delta$  [suggerimento=utilizzate il logaritmo]
  - (b) una trasformazione positiva affine della funzione  $U$  non cambia il segno
  - (c) assumendo che  $(a - b) = c$  dimostrare che una trasformazione affine positiva, produce un cambiamento di scala nel valore delle differenze, e questo cambiamento di scale è proprio il parametro positivo della trasformazione affine
3. Considerate una società composta da 4 persone  $\{X, Y, A, B\}$ . X e Y posseggono una unità ciascuno di un bene indivisibile, ma non hanno denaro. Mr X dà valore 0Euro ad ogni unità del bene che possiede, mentre Mr Y dà valore 3Euro. Mr A e Mr B posseggono 5Euro ciascuno, ma nessun bene. Mr A dà valore 5Euro ad ogni unità del bene indivisibile, mentre per Mr B ogni unità del bene indivisibile vale 2Euro. Nessuno dà valore ad una seconda unità del bene indivisibile. Dopo che le unità del bene ed il denaro sono stati riallocati attraverso il meccanismo del mercato, l'utilità di una persona con una unità del bene e  $m$ Euro è dato dal valore che dà al bene posseduto più  $m$ . Dati i seguenti due possibili eventi:
  - (a) Mr X vende la sua unità di bene a Mr A al prezzo di 2Euro (Mr Y si tiene il suo bene)

- (b) Mr X vende la sua unità di bene a Mr B al prezzo di 2Euro, Mr Y vende la sua unità a Mr A al prezzo di 3Euro

Determinare l'utilità delle 4 persone dopo lo scambio, e determinare:

- (i) se le allocazioni (a) e (b) rappresentano un miglioramento paretiano rispetto allo status quo  
(ii) se le allocazioni (a) e (b) sono Pareto efficienti

(by Martin Osborne, traduzione mia)

4. Considerate una società composta da  $h = 1, 2, \dots, H$  individui, e la seguente funzione di benessere sociale, che aggrega le utilità individuali rispetto al vettore di beni  $x$

$$W = \frac{1}{1-\rho} \sum_h [U^h(x^h)]^{1-\rho}$$

- (a) calcolate l'incremento di utilità per la società derivante da un aumento infinitesimale dell'utilità di un individuo  
(b) calcolate l'elasticità di sostituzione tra le utilità degli individui  
(c) che interpretazione ha il parametro  $\rho$  di questa funzione?  
(d) che funzione ottenete per  $\rho = 0$ ?  
(e) calcolate la pendenza delle curve di indifferenza sociali, nel caso  $\rho = 0$ . Ed interpretare il risultato.
5. Considerate una società composta da due individui  $h = \{1, 2\}$ . Gli individui hanno la stessa funzione di utilità  $U^h = \ln(Y^h)$  dove  $Y^h$  rappresenta il reddito disponibile (dopo le tasse) dell'individuo  $h$ . L'individuo 1 è disoccupato, mentre l'individuo 2 lavora. Il governo introduce una tassa proporzionale sul reddito, con aliquota  $t$ , e trasferisce il gettito al disoccupato. L'offerta di lavoro dell'individuo 2 è  $l_2 = 1 - \alpha t$ , dove  $\alpha \in (0, 1)$  è una costante. Il salario percepito dall'individuo 2 è pari a 1Euro (per unità di lavoro).

- Calcolate il livello di tassazione ottimale quando il governo si basa su
  - (a) una funzione di benessere sociale utilitaristica (additiva);
  - (b) una funzione di benessere sociale Rawlsiana (maxmin)
- In quale caso si ottiene una allocazione delle risorse più egalitaria?

(by Ferdinand Mittermaier, traduzione mia)