

CORSO DI POLITICA ECONOMICA

Esercitazione: voting theory

David Bartolini

1. Considerate 7 individui, $i = 1, \dots, 7$, con le seguenti preferenze riguardo 3 alternative (x, y, z) :

1	2	3	4	5	6	7
z	z	x	x	y	y	y
x	x	y	y	x	x	x
y	y	z	z	z	z	z

- (a) Qual è l'alternativa vincente in caso di votazione (binaria) a maggioranza, dove le alternative sono votate in ordine alfabetico
- (b) L'alternativa vincente al punto (a) è un vincitore di Condorcet?
- (c) Considerate ora la regola di votazione di Borda, dove gli individui danno i seguenti punteggi:
- 5 punti all'alternativa preferita
 - 4 punti alla seconda alternativa
 - 1 punto alla alternativa peggiore
- Qual è l'alternativa vincente?
- (d) Dimostrate cambiando le preferenze degli individui 6 e 7 che la regola di Borda viola il principio della *indipendenza dalle alternative irrilevanti*
2. Considerate le seguenti preferenze di tre individui $i = 1, 2, 3$ su tre alternative (x, y, z) :

1	2	3
x	y	z
y	z	x
z	x	y

- (a) Esiste un vincitore di Condorcet? Se, sì, quale?

- (b) Disegnate su un grafico le preferenze di questi tre individui, dove sull'asse orizzontale mettete le alternative: dimostrate che indipendentemente da come ordinate le alternative sull'asse orizzontale non avrete mai preferenze unimodali.
3. Considerate un classe composta da 21 alunni. Questi alunni hanno preferenze unimodali (cioè single-peaked) sulla durata della pausa in una lezione di 2 ore. La seguente tabella riporta l'alternativa preferita (quella migliore) di ciascun individuo. Gli individui con le stesse preferenze sono messi nello stesso gruppo. Assumiamo che gli individui votino in maniera sincera.

Gruppi	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M
Numerosità	5	0	1	1	3	1	0	0	0	1	9
Alternative preferita	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- (a) qual è il gruppo mediano?
- (b) quale sarà l'alternativa scelta?
- (c) quale deve essere la distribuzione delle preferenze affinché l'alternativa scelta sia una pausa di 10 minuti?
4. Consideriamo una popolazione che deve scegliere tra tre possibili politiche: p^a , p^b , p^c .

Le alternative sono messe in votazione binaria in ordine alfabetico con la regola della maggioranza relativa.

La popolazione è costituita da individui con preferenze unimodali il cui picco è distribuito in maniera uniforme nell'intervallo $[0, 1]$. Quindi ogni individuo ha un suo punto ideale lungo questa linea e la preferenza per gli altri punti decresce in maniera monotona all'allontanarsi dal punto ideale (questa è proprio la definizione di preferenze unimodali!).

Le tre politiche si collocano nelle seguenti posizioni:

- p^a si trova esattamente nel punto preferito dall'elettore mediano, cioè nel punto $\frac{1}{2}$
- p^b si trova a sinistra di p^a
- p^c si trova alla destra di p^a

- (a) quale è la politica scelta nel caso di voto sincero?
- (b) quale è la politica scelta nel caso di voto strategico?

[**Suggerimenti:** (1) disegnate una retta che va da 0 a 1, e mettete le politiche su questa retta, secondo le indicazioni fornite nel testo; (2) il fatto che le preferenze sono distribuite in maniera uniforme tra 0 e 1, significa che nel punto $\frac{1}{3}$, esattamente $1/3$ della popolazione si trova a sinistra di questo punto, mentre $2/3$ si trovano alla sua destra.]