Equilibrio economico generale

Esercizio 1

Considerate una economia di puro scambio, in cui sono presenti 2 soggetti (A e B) e 2 beni (x e y). Le dotazioni iniziali dei due beni sono le seguenti:

A : $\omega_A^x = 1$, $\omega_A^y = 5$

B : $\omega_B^x = 9$, $\omega_B^y = 5$

I due soggetti sono caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità:

$$U_A = x_A^{0.5} y_A^{0.5} \qquad U_B = x_B^{0.5} y_B^{0.5}$$

1. Calcolare il livello di prezzi dell'equilibrio Walrasiano

2. Come dobbiamo riallocare le risorse iniziali per ottenere una allocazione più egalitaria?

SOLUZIONE

1. L'equilibrio Walrasiano è definito come il vettore dei prezzi (nel nostro caso due prezzi, perchè ci sono due beni), che soddisfa le seguenti condizioni: (1) gli agenti economici massimizzano la loro utilità; (2) vi è equilibrio fra domanda e offerta dei beni. La prima condizione richiede la massimizzazione dell'utilità dei due consumatori (come avete fatto nel corso di economia politica 1), mentre nell'uguagliare la domanda e l'offerta dei due beni bisogna tener conto della dotazione di ciascun bene (nel nostro caso ci sono 10 unità del bene x e del bene y). Quindi procediamo alla massimizzazione dell'utilità dei due agenti.

   (A) l'agente A massimizza la sua utilità segliendo l'ammontare di beni x e y da consumare, dati i prezzi (p_x, p_y) e la loro ricchezza (che nel nostro caso è rappresentata dalla dotazione iniziale di beni). Questo significa massimizzare la funzione di utilità sotto al vincolo (s.v.) di bilancio:

   $$\begin{aligned} \max_{x,y} U_A &= x_A^{0.5} y_A^{0.5} \\ s.v. \qquad & p_x x_A + p_y y_A \leq p_x \omega_A^x + p_y \omega_A^y \end{aligned}$$

   Come vi dovreste ricordare dal corso di economia politica 1, il vincolo di bilancio può essere espresso con il solo simbolo di uguaglianza se si assume non-sazietà degli agenti al consumo dei due beni; inoltre dobbiamo considerare un bene come numerario, cioè esprimiamo il valore degli altri beni in funzione di questo, ciò significa che dobbiamo normalizzare uno dei due prezzi, per esempio pongo $p_x = 1$. Il problema diventa (ho anche sostituito il valore delle dotazioni iniziali, ed ho chiamato $p_y = p$)

$$\begin{aligned} \max_{x,y} U_A &= x_A^{0.5} y_A^{0.5} \\ s.v. \quad & x_A + p y_A = 1 + 5p \end{aligned}$$

Ora lo posso risolvere o col metodo del Lagrangiano oppure sostituendo direttamente il vincolo nella funzione obiettivo. In questo secondo caso ottengo

$$\max_{y} U_A = (1 + 5p - p y_A)^{0.5} y_A^{0.5}$$

dove massimizzando rispetto a y_A ottengo

$$\hat{y}_A = \frac{1+5p}{2p}$$

sostituendo nel vincolo di bilancio originario ottengo il valore

$$\hat{x}_A = \frac{1+5p}{2}$$

questi due valori $(\hat{x}_A, \hat{y}_A)$ rappresentano la domanda dei due beni fatta dal soggetto A.

Faccio la stessa cosa per il soggetto B ed ottengo

$$\begin{aligned} \hat{y}_B &= \frac{9+5p}{2p} \\ \hat{x}_B &= \frac{9+5p}{2} \end{aligned}$$

Ora devo imporre la condizione di DOMANDA=OFFERTA. La legge di Walras mi assicura che quando tutti i mercati sono in equilibrio tranne uno, anche quest'ultimo è in equilibrio, quindi basta che impongo la condizione in uno dei due mercati. Per esempio considero il mercato del bene x,

$$\begin{aligned} DOMANDA &= OFFERTA \\ \hat{x}_A + \hat{x}_B &= \omega_A^x + \omega_B^x \\ \frac{1+5p}{2} + \frac{9+5p}{2} &= 1 + 9 \\ 10 + 10p &= 20 \end{aligned}$$

NB: nell'economia di puro scambio i consumatori non posso consumare più delle dotazioni iniziali del bene, cioè nel nostro esempio ci sono 10 unità del bene x a disposizione, non di più!!!
Dalla condizione posso ricavare il valore di $p = 1$,
Il vettore dei prezzi dell'equilibrio Walrasiano è dato da $\frac{p_y}{p_x} = 1$

(B) per rendere la distribuzione più egualitaria devo togliere dalla dotazione iniziale di B alcuni beni e darli ad A.

Esercizio 2

Si consideri una economia di puro scambio nella quale le dotazioni inziali dei 2 soggetti (A e B) relativamente ai 2 beni (x e y) siano le seguenti:

A : $\omega_A^x = 75$, $\omega_A^y = 25$

B : $\omega_B^x = 25$, $\omega_B^y = 75$

I due soggetti sono caratterizzati dalle seguenti funzioni di utilità:

$$U_A = x_A^{0.5} y_A^{0.5} \qquad U_B = x_B^{0.5} y_B^{0.5}$$

Stabilire se la seguente configurazione

$$\begin{aligned} x_A = x_B = y_A = y_B &= 50 \\ p_x = p_y &= 1 \end{aligned}$$

una configurazione di equilibrio.

SOLUZIONE

In una situazione di puro scambio tra due individui una configurazione di equilibrio se valgono tre condizioni.

A : In primo luogo bisogna accertare che i vincoli di bilancio dei due individui siano rispettati.
Per l'individuo A, il vincolo di bilancio é:

$$p_x x_A + p_y y_A \leq 75p_x + 25p_y$$

Sostituendo $p_x = p_y = 1$ e $x_A = y_A = 50$ si vede immediatamente che il vincolo di bilancio per l'individuo A soddisfatto. Lo stesso procedimento pu essere ripetuto per l'individuo B il cui vincolo di bilancio é:

$$p_x x_B + p_y y_B \leq 25p_x + 75p_y$$

B : In secondo luogo occorre verificare che la DOMANDA eguagli l'OFFERTA per ognuno dei beni.
Questa verifica immediata perché dalle ipotesi fatte l'individuo A offre 25 unitá del bene x mentre l'individuo B ne domanda esattamente 25. Lo stesso si puó verificare anche per il bene y, tranne che in questo caso l'individuo A ad acquistare e l'individuo B ad offrire.

C : La terza condizione richiede che la coppia di panieri ipoteizzata sia ottimale per ciascuno degli individui e che si trovi sulla curva dei contratti.
Per l'individuo A la coppia x_A e y_A sará ottimale se in corrispondenza di quel paniere il saggio marginale di sostituzione eguaglia il rapporto tra i prezzi, il che si verifica facilmente:

$$\frac{dU_A/dx_A}{dU_A/dy_A} = \frac{x_A^{-0.5} y_A^{0.5}}{x_A^{0.5} y_A^{-0.5}} = \frac{y_A}{x_A} = \frac{50}{50} = \frac{p_x}{p_y} = 1$$

Dato che funzioni di utilità, quantità dei due beni e prezzi sono identici per l'individuo B, l'ultima condizione sarà verificata anche per quest'ultimo. Questo significa che anche i saggi marginali di sostituzione sono identici per i due individui e che ci troviamo pertanto lungo la curva dei contratti.