

Corso di Politica Economica

Modelli di Oligopolio e incentivo alla collusione

David Bartolini

Università Politecnica delle Marche
(Sede di S.Benedetto del Tronto)



Modello di Oligopolio à la Cournot

Considerate la seguente situazione

- 2 imprese identiche, $i = 1, 2$
- producono un bene omogeneo al costo $C_i(q_i) = cq_i$
- la produzione aggregata è $Q = q_1 + q_2$
- la domanda di mercato è lineare

$$P(Q) = a - bQ$$

- le imprese competono scegliendo la quantità da produrre **simultaneamente**

il profitto di ciascuna impresa è dato da:

$$\pi_i = P(Q)q_i - cq_i = [a - b(q_1 + q_2)]q_i - cq_i$$

ciascuna impresa seglierà il livello di produzione che massimizza il suo profitto, per esempio l'impresa 1

$$\begin{aligned}\max_{q_1} \pi_1 &= [a - b(q_1 + q_2) - c]q_1 \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0 \\ q_1 &= \frac{a - bq_2 - c}{2b}\end{aligned}$$

questa rappresenta la scelta ottimale dell'impresa 1 per ogni possibile scelta dell'impresa 2

L'impresa 2 si comporta nella stessa maniera per cui otteniamo le due “Best Response Functions”:

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - c}{2b}$$
$$q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$$

L'equilibrio (Nash equilibrium) è dato dalle quantità $\{q_1^*, q_2^*\}$ che soddisfano **contemporaneamente** le due equazioni

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3b}$$

La quantità offerta a livello aggregato è:

$$Q = \frac{a - c}{3b} + \frac{a - c}{3b} = \frac{2(a - c)}{3b}$$

ed il prezzo di equilibrio è

$$P(Q) = a - b \left[\frac{2(a - c)}{3b} \right] = \frac{a + 2c}{3}$$

da cui risulta che il profitto delle due imprese è

$$\pi_i = \left(\frac{a + 2c}{3} - c \right) \frac{a - c}{3b} = \frac{(a - c)^2}{9b}$$

E se invece le due imprese colludessero?

- in questo caso le due imprese dovrebbero scegliere le quantità che massimizzano il loro profitto **congiunto**, cioè scelgono direttamente la quantità aggregata

$$\max_Q \Pi = \pi_1 + \pi_2 = (P(Q) - c)Q = (a - bQ - c)Q$$

$$\frac{d\Pi}{dQ} = a - 2bQ - c = 0$$

$$Q = \frac{a - c}{2b}$$

- questa è la quantità che dovrebbero produrre congiuntamente, e visto che sono identiche produrranno una metà ciascuna

$$q_i^c = \frac{a - c}{4b}$$

Il prezzo di equilibrio sarà pari a

$$P^c(Q) = a - b \left(\frac{a - c}{2b} \right) = \frac{a + c}{2}$$

che più alto del prezzo di senza collusione il profitto delle due imprese è

$$\pi_i^c = \left(\frac{a + c}{2} - c \right) \frac{a - c}{4b} = \frac{(a - c)^2}{8b}$$

per cui le due imprese hanno un incentivo a colludere!!!

Ma che succede se una impresa decide di fregare l'altra, rimangiandosi la parola?

Se una impresa collude (quindi produce $q_i^c = \frac{a-c}{4b}$), l'altra ha un incentivo a **deviare**?

$$\begin{aligned}\max_q \pi^d &= \left[a - b \left(q + \frac{a-c}{4b} \right) - c \right] q \\ \frac{d\pi^d}{dq} &= a - 2bq - \frac{a-c}{4} - c = 0 \\ q^d &= \frac{3(a-c)}{8b}\end{aligned}$$

se decide di deviare questa è la quantità che sceglierà di produrre

l'offerta aggregata sarà,

$$Q^d = \frac{a - c}{8b}$$

il prezzo di equilibrio è

$$P^d(Q) = a - b \left(\frac{a - c}{8b} \right) = \frac{7a + c}{8}$$

ed il profitto di deviazione è

$$\pi^d = \left[\frac{7a + c}{8} - c \right] \left(\frac{3(a - c)}{8b} \right) = \frac{21}{64b} (a - c)^2$$

per cui $\pi^d > \pi^c$, e l'accordo collusivo non sarà credibile perchè ogni impresa ha un incentivo a deviare !!

Giochi Ripetuti

Che succede se la stessa situazione si ripete nel tempo?

- ripetizioni infinite
- **stage game** è la parte del gioco che si ripete sempre uguale
- lo scorrere del tempo è misurato dal fattore di sconto $\delta \in [0, 1]$ si tratta del valore oggi di un EURO che percepiremo domani (o nei periodi futuri:
 - VA di 1Euro che percepiremo tra 3 periodi = $(1)\delta_1\delta_2\delta_3 = 1\delta^3$
 - il fattore di sconto può essere interpretato come $\delta = \frac{1}{1+r}$ dove r è il **tasso di interesse** che si “perde” ogni periodo
 - oppure δ può essere interpretato come il livello di “**pazienza**” dell'agente economico

Giochi ripetuti all'infinito

Dobbiamo considerare una serie infinita di payoffs (**lo stesso payoff**, π): dato che il fattore di sconto è minore di 1 questa serie infinita converge ad un valore finito

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \pi = \pi + \frac{\delta}{1 - \delta} \pi = \frac{\pi}{1 - \delta} \quad \text{for } \delta \in [0, 1)$$

questo perchè

$$(1 + \delta^1 + \delta^2 + \delta^3 + \dots) = \frac{1}{1 - \delta}$$

Strategia: consideriamo la seguente strategia
a $t = 0$ colludere (scegliendo q^c) e continuare a colludere se anche l'altra
impresa collude, ma non appena l'altro devia, non colludere più (cioè
l'impresa seglie q^*)

- In caso di **collusione** ogni impresa ottiene il profitto (attualizzato):

$$V(C) = \pi^c + \pi^c \delta + \pi^c \delta^2 + \dots = \frac{\pi^c}{1 - \delta}$$

- In caso di **deviazione** l'impresa che devia ottiene:

$$V(D) = \pi^d + \pi^* \delta + \pi^* \delta^2 + \dots = \pi^d + \frac{\delta}{1 - \delta} \pi^*$$

In caso di interazione ripetuta infinitamente, le imprese colluderanno se

$$V(C) > V(D)$$

Vedremo che questo dipende da:

- il fattore di sconto δ
- il profitto di deviazione π^d
- il profitto di collusione π^c