

**Dottorato di Ricerca in Economia Politica, XVI ciclo**  
Esame di microeconomia: funzioni di produzione e di costo  
12 giugno 2015

La funzione di produzione di un'impresa che opera sul mercato è data da

$$q = \frac{KL}{1 + KL},$$

dove  $L$  e  $K$  indicano i fattori produttivi lavoro e capitale.

1. Qual è il valore massimo per la produzione dell'impresa?

$$q_{\max} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Dimostrare che vale la Legge della Produttività Marginale Decrescente per entrambi i fattori produttivi. (4 pt)
3. Calcolare il saggio marginale di sostituzione tecnica tra gli input lavoro e capitale.

$$\text{SMST}(L, K) = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Si determini la funzione del sentiero di espansione dell'impresa nell'ipotesi in cui il costo del capitale sia  $r = 1$ . Si indichi il livello del salario con  $w$ .

$\underline{\hspace{2cm}}$

5. Si calcoli l'elasticità di sostituzione fattoriale.

$$\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. La funzione di produzione è omogenea?

SÌ       NO       FORSE

Perché?  $\underline{\hspace{20cm}}$   
 $\underline{\hspace{20cm}}$   
 $\underline{\hspace{20cm}}$

7. Sotto quale condizione relativa al prodotto  $KL$  i rendimenti di scala sono costanti?

$KL =$  \_\_\_\_\_

La funzione di produzione non ammette mai rendimenti di scala costanti

I rendimenti di scala sono costanti per qualsiasi valore del prodotto  $KL$

8. Sapendo che  $r = 1$ , indicando il salario con  $w$ , si determinino le seguenti funzioni di costo:

• Costo totale  $CT(q, w) =$  \_\_\_\_\_

• Costo medio  $CM(q, w) =$  \_\_\_\_\_

• Costo marginale  $C'(q, w) =$  \_\_\_\_\_

9. Si determini il valore minimo del costo medio supponendo che il salario sia  $w = 4$ .

$CM_{\min} =$  \_\_\_\_\_